

### Iterative EI-Schätzungen und das interne Konsistenzproblem

Gschwend, Thomas

Veröffentlichungsversion / Published Version  
Zeitschriftenartikel / journal article

Zur Verfügung gestellt in Kooperation mit / provided in cooperation with:  
SSG Sozialwissenschaften, USB Köln

#### Empfohlene Zitierung / Suggested Citation:

Gschwend, T. (2003). Iterative EI-Schätzungen und das interne Konsistenzproblem. *Wirtschaft und Statistik*, 3, 262-267. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-258695>

#### Nutzungsbedingungen:

Dieser Text wird unter einer Deposit-Lizenz (Keine Weiterverbreitung - keine Bearbeitung) zur Verfügung gestellt. Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

#### Terms of use:

This document is made available under Deposit Licence (No Redistribution - no modifications). We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document. This document is solely intended for your personal, non-commercial use. All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

Thomas Gschwend, Ph.D.

# Iterative EI-Schätzungen und das interne Konsistenzproblem

Neben der in der Ausgabe Februar 2003 dieser Zeitschrift näher betrachteten Arbeit von Dr. Markus Gangl wurde die Dissertation von Thomas Gschwend, Ph.D., zum Thema "Strategic Voting in Mixed Electoral Systems" ebenfalls mit dem Gerhard-Fürst-Preis 2002 des Statistischen Bundesamtes in der Kategorie „Dissertationen“ und einem Preisgeld in Höhe von 5 000 Euro ausgezeichnet. Im nachstehenden Beitrag werden wesentliche Ergebnisse des vierten Kapitels der prämierten Dissertation des Autors vorgestellt. Es handelt sich um einen methodischen Beitrag, der präzise prüft, ob das von Gary King (1997) entwickelte Verfahren der ökologischen Regression ("Ecological Inference", kurz: EI) für die Wahlforschung auf der Basis von aggregierten Wahlergebnissen gewinnbringend eingesetzt werden kann. Verschiedene Tests werden dafür durchgeführt. Es zeigt sich, dass sich dieses Verfahren auch in Mehrparteiensystemen anwenden lässt, indem man sich auf das Schätzen einzelner theoretisch interessanter 2 x 2-Tabellen zurückzieht. Datengrundlage dieser Ausführungen bilden die endgültigen Ergebnisse der Bundestagswahl 1998 nach Wahlkreisen.

## 1 Einleitung

Das von Gary King entwickelte Verfahren der ökologischen Regression "A Solution to the Ecological Inference Problem"

(1997) hat seit seiner Veröffentlichung für eine Forschungsarbeit in den Sozialwissenschaften und gerade auch für eine Arbeit, die im quantitativ-methodischen Bereich der Politikwissenschaft anzusiedeln ist, außergewöhnlich viel Publizität erlangt. Das gilt zumindest für den amerikanischen Zeitschriftenmarkt. Während man in den Wissenschaftsredaktionen der *New York Times* oder des renommierten *Boston Globe* begeistert Kings vorgeschlagene Lösung eines alten methodischen Problems der Sozialwissenschaften diskutierte, kritisierten Wissenschaftler aus der Statistik<sup>1)</sup>, der politischen Geographie<sup>2)</sup> und der quantitativen Methodenlehre in der Politikwissenschaft<sup>3)</sup> vor allem Kings Modellannahmen und stellten die Robustheit der EI-Schätzergebnisse in Frage. Die noch andauernde Diskussion lässt sich, grob gesprochen, auf mindestens zwei Punkte zuspitzen. Erstens ist die Bewertung über die Notwendigkeit bestimmter Modellannahmen immer zu einem gewissen Grad Geschmackssache, und zweitens ist das King'sche Modell sicher nicht die endgültige Lösung des ökologischen Inferenzproblems, sondern höchstens – wie es auch im Buchtitel explizit betont wird – eine Lösung dieses Problems. Natürlich ist die Diskussion über die Notwendigkeit bestimmter Modellannahmen und deren Abschwächung konstruktiv, da sie Wege für Wissenschaftler verschiedener Fachrichtungen aufzeigt, an einem verbesserten, das heißt einem auf realistischeren Annahmen

1) Siehe Freedman, D.A./Klein, S.P./Ostland, M./Roberts, M.R.: "Review of 'A Solution to the Ecological Inference Problem'" in *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 93, 1998, S. 1518 ff.; Freedman, D.A./Ostland, M./Roberts, M.R./Klein, S.P.: "The Future of Ecological Inference Research: A Comment on Freedman et al. – Response to King's Comment" in *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 94, 1998, S. 355 ff.; McCue, K.F.: "The Statistical Foundations of the EI Method" in *The American Statistician*, Vol. 55, 2001, S. 106 ff.

2) Siehe Anselin, L./Cho, W.K.T.: "Spatial Effects and Ecological Inference" in *Political Analysis*, Vol. 10, 2002, S. 276 ff.; O'Loughlin, J.: "Can King's ecological Inference method answer a social scientific puzzle: Who voted for the Nazi party in Weimar Germany?" in *Annals of the Association of American Geographers*, Vol. 90, 2000, S. 592 ff.

3) Siehe Herron, M.C./Shotts, K.W.: "Using Ecological Inference Point Estimates as Dependent Variables in Second-Stage Linear Regressions" in *Political Analysis*, Vol. 11, 2003, S. 44 ff.; Rivers, D.: "Book Review: A Solution to the Ecological Inference Problem: Reconstructing Individual Behavior from Aggregate Data" in *American Political Science Review*, Vol. 92, 1999, S. 442 ff.; Cho, T.W.K.: "If the Assumption Fits: A Comment on the King Ecological Inference Solution" in *Political Analysis*, Vol. 7, 1998, S. 143 ff.

beruhenden Modell, weiter zu arbeiten. Gary Kings Lösungsansatz hat jedoch für substanziell arbeitende Wissenschaftler einen entscheidenden Vorteil: Der Professor für Politikwissenschaft in Harvard stellt kostenlos eine Software zur Verfügung, die eigens zur Schätzung seines Modells entwickelt wurde.

Trotz der intensiven methodischen Diskussion, die sich über Fachgrenzen hinweg vollzieht, gibt es bei der praktischen Anwendung dieser Methode auf substanzielle Forschungsfragen ein oft übersehenes Problem. Ich möchte das im Folgenden als *EI-internes Konsistenzproblem* bezeichnen und näher erläutern. Möglicherweise betrifft es alle Schlussfolgerungen, die auf EI-Schätzungen beruhen, selbst wenn – und das will ich ausdrücklich betonen – alle erforderlichen Modellannahmen sich in den zugrunde liegenden Daten widerspiegeln.

2 Substanzielle Anwendungen der King’schen Verfahren

Ein geeigneter Anwendungsfall, an dem ich das *interne Konsistenzproblem* des King’schen Verfahrens illustrieren möchte, ist die Rekonstruktion des Wahlverhaltens bei der Bundestagswahl 1998. Viele Forschungsfragen der Politikwissenschaft, aber auch der Soziologie und der Psychologie beschäftigen sich mit Charakteristiken von individuellen Wählern, Einflüssen von bestimmten Gruppen oder Netzwerken oder von bestimmten geographischen und sozialstrukturellen Kontexten auf das Wahlverhalten. Direkt daran geknüpft sind Fragen zur politischen Repräsentation und zum Funktionieren unseres politischen Systems. Die Krux ist nur, dass wir bisher keine Daten zur Verfügung haben, die tatsächlich genau beschreiben, wie viele Wähler in einem Wahlkreis Partei A mit der Erststimme und Partei B mit der Zweitstimme gewählt haben. Dass die Stimmzettel am Wahltag getrennt nach Erst- und Zweitstimme ausgezählt werden, statt sie einfach gemeinsam zu tabellieren, bedeutet für die Forschung in diesen Bereichen einen immensen Informationsverlust, der nie wieder ausgeglichen werden kann. Alle Modelle der ökologischen Inferenz ver-

suchen daher mit mehr oder weniger realistischen Annahmen, diesen Informationsverlust zu kompensieren. Es kann daher gar keine endgültige Lösung des ökologischen Inferenzproblems geben. Wenn für unseren Anwendungsfall der Rekonstruktion des Wahlverhaltens auf Wahlkreisebene Erst- und Zweitstimmen zusammen ausgezählt würden, bräuchte man nicht auf Annahmen zurückgreifen und könnte auch auf die geballte Kraft neuester Technologien der Statistik und Numerik leicht verzichten. Zudem wären die gewonnenen Ergebnisse wesentlich präziser zu interpretieren, woran letztlich auch politische Entscheidungsträger interessiert sein müssten.

Die Verteilung der Stimmergebnisse bei Bundestagswahlen auf Wahlkreisebene lassen sich in einer  $R \times K$ -Tabelle zusammenfassen, wobei die Erststimmenergebnisse der  $R$  Parteikandidaten in den Zeilen stehen und die Zweitstimmenergebnisse der  $K$  Parteien in den Spalten verzeichnet sind.

Jede Zelle dieser Tabelle listet die Anzahl der Wähler auf, die einen bestimmten Kandidaten mit der Erststimme und eine bestimmte Partei mit der Zweitstimme gewählt haben. Da jedoch Erst- und Zweitstimmen getrennt ausgezählt werden, wissen wir nicht genau, wie viele Wähler sich in einer bestimmten inneren Zelle befinden. Daher sind stattdessen Fragezeichen als Platzhalter in den inneren Zellen der Tabelle vermerkt, um darauf hinzuweisen. Die amtlichen Daten geben uns wegen der getrennten Stimmauszählung allein Information über die Randverteilungen. Da die Besetzung der inneren Zellen einer solchen Tabelle unbekannt bleibt, möchte man am liebsten alle Zellbelegungen simultan schätzen. Für den Fall der Bundesrepublik Deutschland würden interessierte Forscher eventuelle unabhängige Kandidaten und kleinere Parteien zusammenfassen, sodass sie schon mit einer  $5 \times 5$ -Tabelle [CDU/CSU<sup>4)</sup>, SPD, FDP, Grüne, Andere] samt Kandidaten zufrieden wären. Eine verlässliche simultane Schätzung einer solchen Tabelle, das heißt ihrer 25 inneren Zellen, ist jedoch derzeit noch nicht möglich, obwohl solche Fragen für Statistiker und methodisch interessierte Politikwissenschaftler<sup>5)</sup> ein neues florierendes Forschungsgebiet darstellt. Die bisherigen Modelle sind noch nicht wirklich ausgereift und benötigen darüber

Tabelle 1: Beispiel des ökologischen Inferenzproblems im i-ten Wahlkreis  
Von den beobachteten Randverteilungen, die als amtliche Daten bereitgestellt werden, soll auf die Größe der inneren Zellen geschlossen werden.

	Zweitstimme Partei A	Zweitstimme Partei B	Zweitstimme Partei C	...	Zweitstimme Partei K	
Erststimme Partei A	?	?	?		?	$A1_i$
Erststimme Partei B	?	?	?		?	$B1_i$
Erststimme Partei C	?	?	?		?	$C1_i$
...						...
Erststimme Partei R	?	?	?		?	$R1_i$
	$A2_i$	$B2_i$	$C2_i$	...	$K2_i$	100%

4) Im Folgenden wird zur Vereinfachung nur von der CDU gesprochen, gemeint ist aber in jedem Fall CDU/CSU.  
5) Siehe Rosen, O./Jiang, W./King, G./Tanner, M. A.: "Bayesian and Frequentist Inference for Ecological Inference: The  $R \times C$  Case" in Statistica Neerlandica, Vol. 55, 2001, S. 134 ff.; de Matos, R. S./Veiga, A.: "The Binomial-Beta Hierarchical Model for Ecological Inference Revisited and Implemented via the ECM Algorithm" in Working Paper – The Political Methodology Archive, 2001 (erhältlich unter <http://web.polmeth.ufl.edu/papers/01/>).

hinaus riesige Mengen an Arbeitsspeicherkapazität. Daher müssen Anwender Spalten und Zeilen sukzessive geschickt zu 2 x 2-Tabellen zusammenfassen, um Kings Modell zu benutzen.

### 3 Zur internen Konsistenz des EI-Modells

Das Problem, das durch das Zusammenfassen von Zeilen und Spalten aufgeworfen wird, ist, ob denn die geschätzten Werte der inneren Zellen einer 2 x 2-Tabelle bis auf Schätzfehler dieselben sind, als wenn eine 5 x 5-Tabelle simultan geschätzt werden würde. Wenn mich zum Beispiel die Anzahl der strategischen Wähler des bürgerlichen Lagers interessiert, dann möchte ich wissen, wie viele CDU Erststimmenwähler (im Folgenden als CDU1 bezeichnet) mit der Zweitstimme die FDP (im Folgenden als FDP2 bezeichnet) wählen. Sind also basierend auf einer 2 x 2-Tabelle mit den Zeilen „CDU1“ und „nicht CDU1“ sowie den Spalten „FDP2“ und „nicht FDP2“ die geschätzten inneren Zellwerte, die CDU1-FDP2-Wähler repräsentieren, statistisch nicht signifikant verschieden von derselben Zelle basierend auf der Schätzung einer 5 x 5-Tabelle? Diese Bedingung sollte gelten, wenn das Zusammenfassen von Spalten und Zeilen nicht die *interne Konsistenz* des EI-Modells verletzen soll. Aufgeworfen hat dieses Problem Karen Ferree<sup>6)</sup>, die zeigt, dass das Zusammenfassen von Spalten und Zeilen (um das Schätzproblem zu vereinfachen) Annahmen des EI-Modells verletzen kann, selbst wenn die eigentlichen Daten alle notwendigen Bedingungen für eine Anwendung des King'schen Modells erfüllen.

Wie lässt sich jedoch überprüfen, ob dieses Kriterium der *internen Konsistenz* verletzt ist? In einem gewissen Sinn ist das eine rein hypothetische Frage, denn könnte man „einfach“ alle 25 Zellen einer 5 x 5-Tabelle simultan schätzen, käme niemand auf die Idee, in großem Stil Zeilen und Spalten zusammenzufassen. Ich möchte zwei mögliche Verfahren vorstellen, um die interne Konsistenz des EI-Modells zu überprüfen: (1) iterative EI-Schätzungen, (2) vergleichende Berechnungen basierend auf Versionen der verallgemeinerten „accounting identity“<sup>7)</sup>. Diese Verfahren möchte ich exemplarisch an der Schätzung von Erststimmenwählern verdeutlichen, die mit der Zweitstimme FDP wählen.

#### (1) Iterative EI-Schätzungen

Betrachten wir also die Zweitstimmenwähler der FDP. Wie oft wählen diese Wähler mit der Erststimme Kandidaten der CDU, SPD, FDP, der Grünen oder sonstiger Parteien in den einzelnen Wahlkreisen? Der Idealfall wäre, wenn alle fünf Zeilen der FDP-Spalte, also die Anzahl der CDU-, SPD-, FDP-, Grüne- und Erststimmenwähler anderer Parteien, die der FDP ihre Zweitstimme geben, simultan geschätzt würden. Um das Schätzproblem zu vereinfachen, wer-

den die Schätzungen iterativ durchgeführt. Sukzessive werden fünf EI-Schätzungen berechnet, wobei jedes Mal die jeweils anderen vier Zeilen der Ausgangstabelle zusammengefasst werden, um eine andere 2 x 2-Tabelle zu erhalten. Beim ersten Mal wird also die Anzahl der CDU-Erststimmenwähler geschätzt, die mit der Zweitstimme FDP wählen. Alle anderen Zeilen werden zur Kategorie „nicht CDU1“ zusammengefasst. Bei der zweiten Schätzung wird die Anzahl der SPD-Erststimmenwähler geschätzt, die mit der Zweitstimme FDP wählen, wobei die vier anderen Zeilen zur Kategorie „nicht SPD1“ zusammengefasst werden. Analog verhält es sich mit der Schätzung der Erststimmenwähler der FDP, der Grünen und der Wähler anderer Kandidaten, die mit der Zweitstimme FDP wählen.

Der Test, ob die Vereinfachung des allgemeinen Schätzproblems in theoretisch interessante 2 x 2-Tabellen zulässig ist, das heißt ob ein solches Vorgehen nicht die interne Konsistenz des EI-Modells verletzt, ist sehr intuitiv. Für jede der fünf iterativen Schätzungen erhält man neue Schätzwerte.<sup>8)</sup> Man addiert einfach diese Schätzwerte auf, um den iterativ geschätzten Zweitstimmenanteil zu erhalten. Nun braucht man diese Punktschätzung nur in jedem Wahlkreis mit dem offiziellen Zweitstimmenergebnis zu vergleichen. Natürlich ist nicht zu erwarten, dass der iterativ geschätzte Wert exakt mit dem Wert des amtlichen Endergebnisses eines Bundestagswahlkreises übereinstimmt. Jede Schätzung ist unsicher. Daher muss man auch die Standardfehler jeder Schätzung addieren, um ein Maß für die Präzision der iterativen Schätzung zu konstruieren. Dies ist notwendig und hinreichend, um entscheiden zu können, ob die aufaddierten Punktschätzungen statistisch signifikant verschieden sind von den amtlichen Endergebnissen in den Wahlkreisen. Das Schaubild repräsentiert das 95%-Konfidenzintervall der iterativen Schätzungen des FDP-Zweitstimmenanteils in jedem Wahlkreis.

Alle iterativen Punktschätzungen des FDP-Zweitstimmenanteils sollten auf der 45°-Referenzlinie liegen, wenn sie identisch mit dem amtlichen Endergebnis sind. Der iterativ geschätzte Wert eines jeden Wahlkreises ist nur dann statistisch signifikant verschieden vom offiziellen Wert, wenn das 95%-Konfidenzintervall nicht die Referenzlinie schneidet.

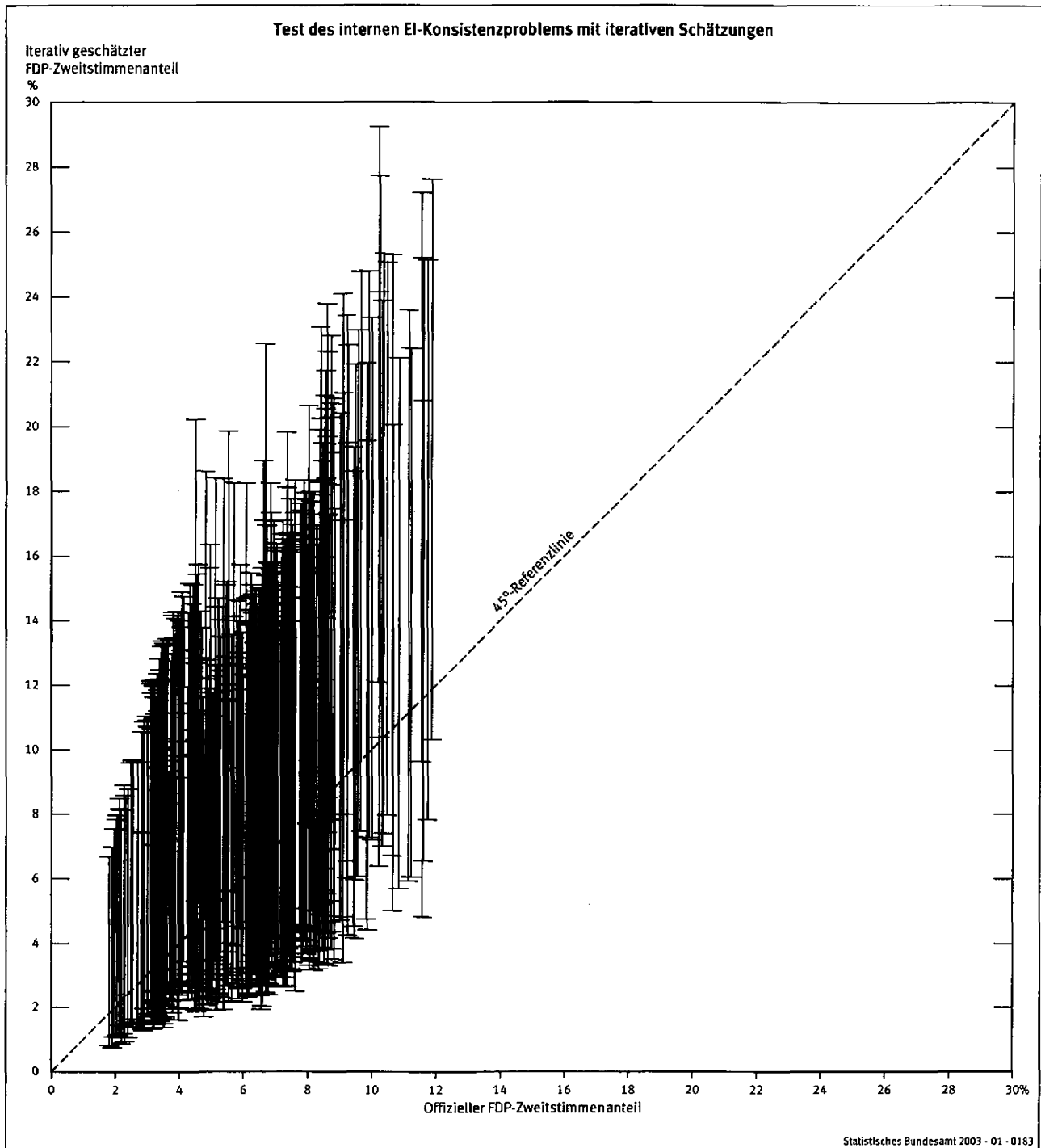
Das Schaubild macht deutlich, dass fast alle Konfidenzintervalle die Referenzlinie schneiden und daher die jeweiligen Werte des amtlichen Endergebnisses mit einschließen. Der iterativ gewonnene Schätzwert ist innerhalb dieses Konfidenzbereiches nicht von dem offiziellen FDP-Zweitstimmenanteil zu unterscheiden, obwohl die iterativ generierten Schätzwerte das amtliche Ergebnis tendenziell leicht überschätzen. Das bedeutet aber, dass durch das Zusammenfassen einiger Zeilen und Spalten mit dem Ziel, das Schätzproblem zu vereinfachen und Kings Modell der ökologischen Inferenz anzuwenden, keine internen Inkonsistenzen produziert werden.<sup>9)</sup>

6) Siehe Ferree, K. E.: „Iterative Approaches to R x C Ecological Inference Problems: Where They Can Go Wrong“ in Working Paper – Harvard University, 1999.

7) Siehe King, G.: „A Solution to the Ecological Inference Problem. Reconstructing Individual Behavior from Aggregate Data“, Princeton, New Jersey 1997, S. 264 ff.

8) Ost- und westdeutsche Wahlkreise werden getrennt geschätzt, da die Stimmenanteile vor allem der kleinen Parteien in beiden Teilen Deutschlands sehr unterschiedlich sind. Die Annahme, dass in den alten und den neuen Bundesländern derselbe datengenerierende Prozess zugrunde liegt, kann daher schwerlich aufrecht erhalten werden.

9) Streng genommen lässt sich diese Aussage nur für den jeweils geprüften Datensatz halten.



Das Schaubild verdeutlicht darüber hinaus noch zwei Dinge: Erstens zeigt die Verteilung entlang der X-Achse, dass die amtlichen FDP-Zweitstimmenanteile von Wahlkreis zu Wahlkreis nicht stark schwanken. Bei der Bundestagswahl 1998 bekam die FDP in keinem Wahlkreis mehr als 15% der Zweitstimmen. Zweitens ist das Verfahren, Schätzwerte iterativ zu gewinnen, offensichtlich recht ineffizient. Ein solches Vorgehen ist mit großen Schätzfehlern verbunden, die keine präzisen Aussagen mehr ermöglichen. Es scheint daher wenig praktikabel, EI als ein Modell zu benutzen, um sukzessive alle Zellen höherdimensionaler Tabellen zu schätzen. Ver-

nünftige Anwendungen müssen die jeweilige Forschungsfrage theoretisch so weit verdichten, dass sie im Idealfall als 2 x 2-Tabelle zu operationalisieren ist.

## (2) Verallgemeinerte "Accounting Identity"

Als zweites mögliches Verfahren, um die interne Konsistenz des EI-Modells zu überprüfen, kann auf die "accounting identity" des EI-Modells zurückgegriffen werden. Um dieses Verfahren sinnvoll zu erläutern, ist es hilfreich, zu einer formelmäßigen Darstellung überzugehen. Das ökologische

Inferenzproblem am Beispiel des Stimmensplittings bei Bundestagswahlen lässt sich wie folgt fassen: Aufgrund der Stimmenausschüttung am Wahltag, die getrennt nach Erst- und Zweitstimmen durchgeführt wird, erhalten wir Informationen über die Randverteilungen, jedoch geht die Information über die Zellgrößen der inneren Zellen verloren. Pro Wahlkreis (darauf weist der Index  $i$  hin) beobachten wir zum Beispiel den Anteil der Erststimmen für Partei A und den Anteil der Zweitstimmen für Partei B. Da alle Werte zusammen 100% ergeben müssen, wissen wir daher auch den Anteil der Erststimmenwähler, die nicht die Kandidaten von Partei A gewählt haben ( $100 - A1_i$ ), ebenso wie den Anteil der Zweitstimmenwähler, die nicht für Partei B gestimmt haben ( $100 - B2_i$ ). Da Erst- und Zweitstimmen getrennt ausgezählt werden, haben wir keine Information über die Größe der inneren Zellen und müssen daher diese Zellen ( $\tau^{AB}_i$  bzw.  $\tau^{nAB}_i$ ) mit Kings El-Modell schätzen.

Tabelle 2: Beispiel eines typischen EI-Schätzproblems

	Zweitstimmen Partei B	Zweitstimmen nicht Partei B	
Erststimme Partei A	$\tau^{AB}_i$	$100 - \tau^{AB}_i$	$A1_i$
Erststimme nicht Partei A	$\tau^{nAB}_i$	$100 - \tau^{nAB}_i$	$100 - A1_i$
	$B2_i$	$100 - B2_i$	

Aus dieser  $2 \times 2$ -Tabelle lässt sich die folgende „accounting identity“ herleiten: Da wir sowohl  $A1_i$  als auch  $B2_i$  „beobachten“, stehen beide Größen, wenn wir fehlerfreie Stimmauszählungen zugrunde legen, deterministisch in Beziehung zueinander:

$$(1) B2_i = \tau^{AB}_i \cdot A1_i + \tau^{nAB}_i \cdot (100 - A1_i)$$

Betrachten wir nun den verallgemeinerten Fall einer  $5 \times 5$ -Tabelle und berechnen ohne Beschränkung der Allgemeinheit den Zweitstimmenanteil der FDP in einem Wahlkreis. Zur Vereinfachung der Darstellung wird auf den Index  $i$ , der andeutet, dass obige Größen zwischen den Wahlkreisen variieren, verzichtet. Der FDP-Zweitstimmenanteil ergibt sich als Summe von 5 inneren Zellen, nämlich derjenigen FDP-Wähler, die Kandidaten der CDU, der SPD, der FDP, der Grünen oder andere Kandidaten mit ihrer Erststimme gewählt haben. Formal ergibt sich also folgende Beziehung:

$$(2) FDP2 = \tau^{CF} \cdot CDU1 + \tau^{SF} \cdot SPD1 + \tau^{GF} \cdot Grüne1 + \tau^{FF} \cdot FDP1 + \tau^{AF} \cdot Andere1,$$

wobei sowohl  $FDP2$  als auch die Taus ( $\tau$ ) natürlich Schätzwerte sind, auch wenn sie hier zur Vereinfachung nicht extra als geschätzte Werte ausgewiesen sind, und  $Andere1 = 100 - (CDU1 + SPD1 + Grüne1 + FDP1)$  ist.

Möchte man nun beispielsweise  $\tau^{FF} \cdot FDP1$  berechnen, also den Anteil der FDP-Zweitstimmenwähler, die auch die FDP mit der Erststimme wählen, dann kann man Gleichung (2) einfach umformen. Es ergibt sich

$$(3) \tau^{FF} \cdot FDP1 = FDP2 - \tau^{CF} \cdot CDU1 - \tau^{SF} \cdot SPD1 - \tau^{GF} \cdot Grüne1 - \tau^{AF} \cdot Andere1$$

Als eine verallgemeinerte „accounting identity“ für den Fall einer  $5 \times 5$ -Tabelle kann man die folgende Version von Gleichung (1) bezeichnen.

$$(4) FDP2 = \tau^{CF} \cdot CDU1 + \tau^{nCF} \cdot (100 - CDU1).$$

$FDP2$  wird durch Gleichung (2) ersetzt. Löst man nun noch nach  $\tau^{FF} \cdot FDP1$  auf, erhält man:

$$(5) \tau^{FF} \cdot FDP1 = \tau^{nCF} \cdot (100 - CDU1) - \tau^{SF} \cdot SPD1 - \tau^{GF} \cdot Grüne1 - \tau^{AF} \cdot Andere1$$

Analog erhält man drei weitere Versionen der „accounting identity“, wenn man statt der CDU-Erststimmenanteile in Gleichung (4) die Anteile der Erststimmenwähler von Kandidaten der SPD, der Grünen oder anderer Parteien, die mit der Zweitstimme FDP wählen, zugrunde legt.

$$(6) \tau^{FF} \cdot FDP1 = \tau^{nSF} \cdot (100 - SPD1) - \tau^{CF} \cdot CDU1 - \tau^{GF} \cdot Grüne1 - \tau^{AF} \cdot Andere1$$

$$(7) \tau^{FF} \cdot FDP1 = \tau^{nGF} \cdot (100 - Grüne1) - \tau^{SF} \cdot SPD1 - \tau^{CF} \cdot CDU1 - \tau^{AF} \cdot Andere1$$

$$(8) \tau^{FF} \cdot FDP1 = \tau^{nAF} \cdot (100 - Andere1) - \tau^{SF} \cdot SPD1 - \tau^{GF} \cdot Grüne1 - \tau^{CF} \cdot CDU1$$

Somit sind die Gleichungen (3) sowie (5) bis (8) fünf verschiedene Möglichkeiten, um die substanziell interessante Größe  $\tau^{FF} \cdot FDP1$  für jeden Wahlkreis zu berechnen. Analog kann man dieses Verfahren für viele weitere Größen replizieren. Die Ergebnisse sind sehr ermutigend. Die berechneten Werte ( $\tau^{FF} \cdot FDP1$  bzw.  $\tau^{AF} \cdot Andere1$ ) unterscheiden sich erst ab der zweiten Nachkommastelle (und werden daher nicht weiter präsentiert), wenn sie getrennt nach den Gleichungen (3) sowie (5) bis (8) berechnet werden. Somit kann man zumindest für die untersuchten Daten folgern, dass basierend auf diesen internen Konsistenztests das Vereinfachen des allgemeinen Schätzproblems keine Inkonsistenzen produziert.

#### 4 Fazit: Das El-Modell ist für substanzielle Anwendungen interessant

Die hier skizzierten Ergebnisse legen das folgende Fazit nahe: Es ist nicht nur theoretisch, sondern auch praktisch möglich, Kings El-Modell gerade auf die Schätzung einzelner Zellen einer  $R \times K$ -Tabelle anzuwenden, indem man sich auf einzelne theoretisch interessante  $2 \times 2$ -Tabellen zurückzieht. Um das King'sche Modell auf die Frage nach der Häufigkeit des Auftretens bestimmter Stimmensplittingkombinationen anzuwenden, wurde in meiner Dissertation beispielsweise der Anteil der strategischen Stimmensplitter je Wahlkreis geschätzt, die mit der Erststimme für eine der beiden Volksparteien – CDU oder SPD – und mit der Zweitstimme den entsprechenden kleinen Koalitionspartner – FDP bzw. die Grünen – wählen. Allein auf der Grundlage der aggregierten Wahlstatistiken für die Wahlkreise konnte gezeigt werden, dass die kleinen Parteien beträchtlich vom Stimmensplitting profitieren. Eines der zentralen Ergeb-

nisse meiner Dissertation ist, dass sowohl FDP wie auch die Grünen ohne diese strategischen Stimmensplitter bei der Wahl 1998 die 5%-Hürde nicht überschritten hätten.

Das King'sche Schätzverfahren kann somit für die Wahlforschung, aber auch für Forschungsfragen der Soziologie sowie der politischen Geographie, die sich mit Einflüssen von bestimmten Netzwerken oder geographischer und sozialstruktureller Kontexte auf menschliches Verhalten beschäftigen, gewinnbringend eingesetzt werden. Die Reduzierung des allgemeinen Schätzproblems auf theoretisch motivierte Vereinfachungen für  $2 \times 2$ -Tabellen produziert keine inkonsistenten Schätzwerte. Leider ist das EI-Verfahren nicht effizient genug, dass man damit große Tabellen schätzen kann, die über den  $2 \times 2$ -Fall weit hinausgehen. Vernünftige Anwendungen müssen daher die jeweilige Forschungsfrage theoretisch so weit verdichten, dass sie im Idealfall als  $2 \times 2$ -Tabelle zu operationalisieren ist. Weitere Forschungsbemühungen zu diesem Modell, aber auch andere Verfahren<sup>10)</sup> sind notwendig und werden von Vertretern der angewandten Wissenschaft gerne willkommen heißen. ■■

---

10) Eine viel versprechende Alternative ist das Emax-Verfahren. Siehe Gschwend, T./Johnston, R./Pattie, C.: "Split-Ticket Patterns in Mixed-Member Proportional Election Systems: Estimates and Analyses of Their Spatial Variation at the German Federal Election, 1998" in *British Journal of Political Science*, Vol. 33, 2003, S. 109 ff.